

N° d'ordre : 99

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

PAR

M. Pierre-Th. DUFOUR

LICENCIÉ ÈS SCIENCES

1^{re} Thèse. — Recherches expérimentales sur le tétraèdre terrestre
et distribution des terres et des mers.

Soutenue le

1917 devant la Commission d'Examen.

MM. CH. VÉLAIN..... *Président.*

A. BERGET.....

R. GARNIER..... } *Examineurs.*

PARIS

MASSON ET C^{ie}, ÉDITEURS

LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1917



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41550422_0046

A

M. CH. VÉLAIN

Professeur à la Faculté des Sciences de Paris

ET

M. A. BERGET

Directeur adjoint du laboratoire de Géographie physique
de la Faculté des Sciences de Paris.

Hommage de respectueuse reconnaissance.

N° d'ordre : 99

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

PAR

M. Pierre=Th. DUFOUR

LICENCIÉ ÈS SCIENCES

1^{re} Thèse. — Recherches expérimentales sur le tétraèdre terrestre
et distribution des terres et des mers.



Soutenue le *15 Juin* 1917 devant la Commission d'Examen.

MM. CH. VÉLAIN..... *Président.*
A. BERGET..... } *Examineurs.*
R. GARNIER..... }

PARIS

MASSON ET C^{ie}, ÉDITEURS

LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1917

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

MM.

Doyen..... P. APPELL, *Professeur*. Mécanique analytique et Mécanique céleste.

Professeurs honoraires. } Ch. WOLF.
J. RIBAN.

	LIPPMANN.....	Physique.
	BOUTY.....	Physique.
	BOUSSINESQ.....	Physique mathématique et calcul des probabilités.
	PICARD.....	Analyse supérieure et algèbre supérieure.
	Y. DELAGE.....	Zoologie, anatomie, physiologie comparée.
	Gaston BONNIER.....	Botanique.
	DASTRE.....	Physiologie.
	KENIGS.....	Mécanique physique et expérimentale.
	VÉLAIN.....	Géographie physique.
	GOURSAT.....	Calcul différentiel et calcul intégral.
	HALLER.....	Chimie organique.
	JOANNIS.....	Chimie (Enseignement P. C. N.)
	JANET.....	Physique
	WALLERANT.....	Minéralogie.
	ANDOYER.....	Astronomie.
	PAINLEVÉ.....	Mécanique rationnelle.
	HAUG.....	Géologie.
<i>Professeurs</i>	HOUSSAY.....	Zoologie.
	H. LE CHATELIER.....	Chimie.
	Gabriel BERTRAND....	Chimie biologique.
	M ^{me} P. CURIE.....	Physique générale.
	CAULLERY.....	Zoologie (Évolution des êtres organisés).
	C. CHABRIÉ.....	Chimie appliquée.
	G. URBAIN.....	Chimie.
	Émile BOREL.....	Théorie des fonctions.
	MARCHIS.....	Aviation.
	Jean PERRIN.....	Chimie physique.
	G. PRUVOT.....	Zoologie, anatomie, physiologie comparée.
	MATRUCHOT.....	Botanique.
	ABRAHAM.....	Physique.
	CARTAN.....	Calcul différentiel et calcul intégral.
	Cl. GUICHARD.....	Mathématiques générales.
	MOLLIARD.....	Physiologie végétale.
	N.....	Application de l'analyse à la géométrie.
	N.....	Histologie.
	N.....	Géométrie supérieure.

	PUISEUX.....	Mécanique et astronomie.
	LEDUC.....	Physique.
	MICHEL.....	Minéralogie.
	HÉROUARD.....	Zoologie.
	Léon BERTRAND.....	Géologie.
<i>Professeurs adjoints</i> ...	Rémy PERRIER.....	Zoologie (Enseignement P. C. N.).
	COTTON.....	Physique.
	LESPIEAU.....	Chimie.
	GENTIL.....	Pétrographie.
	SAGNAC.....	Physique (Enseignement P. C. N.).
	PEREZ.....	Zoologie (Évolution des êtres organisés).

Secrétaire..... D. TOMBECK.

Nous avons préparé cette thèse au laboratoire de Géographie physique de la Faculté des Sciences de Paris, placé sous l'active et bienveillante direction de M. le professeur Ch. Vélain. Nous y avons trouvé, malgré les difficultés du moment et grâce à l'obligeance du préparateur, M. R. César-Franck, tous les éléments de travail dont nous avions besoin. Nous tenons à apporter ici, à notre vénéré maître, l'hommage de notre profonde gratitude.

Ce travail est une application directe des cours si suggestifs que M. le professeur A. Berget, directeur adjoint du laboratoire, donne à la Faculté des Sciences et à l'Institut Océanographique. A la fois physicien et géographe, il a bien voulu s'intéresser à cette étude qui relève de ces deux sciences, et nous donner, avec d'excellents conseils, un encouragement constant.

Notre profonde reconnaissance va aussi à M. le professeur R. Garnier qui a mis la plus grande obligeance à résoudre un problème mathématique difficile qui dépassait notre compétence.

M. Ch. Lallemant, membre de l'Institut, l'un des principaux artisans de la théorie tétraédrique, et M. le professeur Kænigs, nous ont réservé le meilleur accueil chaque fois que nous avons eu recours à leur science.

Nous tenons enfin à associer à l'hommage que nous devons à nos maîtres, nos anciens professeurs de l'Université de Lausanne dont les enseignements divers ont trouvé leur application dans cette étude

SECONDE THÈSE

Nouveau procédé permettant d'obtenir les perspectives-reliefs des formes géographiques représentées sur les cartes hypsométriques (1).

Vu et approuvé :

Paris, le 3 février 1917.

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

Paul APPELL.

Vu et permis d'imprimer :

Paris, le 3 février 1917.

Le Vice-Recteur de l'Académie de Paris,

Pour le Vice-Recteur :

L'Inspecteur de l'Académie,

ISTRIA.

(1) Cette thèse paraîtra dans la *Revue de Géographie annuelle*.

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES
SUR
LE TÉTRAÈDRE TERRESTRE
et distribution des terres et des mers

Par PIERRE-TH. DUFOUR

I
EXPOSÉ DU PROBLÈME

Le titre de cette étude trahit son but qui est la recherche de la déformation, actuelle ou future, de la lithosphère terrestre.

Ce problème, souvent étudié par les géologues, doit être précédé, à notre avis, du problème mieux défini, plus simple dans ses données physiques, et déjà bien difficile à résoudre au point de vue mathématique ou expérimental, de la déformation d'une écorce solide, homogène, primitivement sphérique, astreinte par l'attraction newtonienne à se mouler constamment sur un noyau plastique qui se contracte.

Cette première étape une fois franchie, il sera possible de chercher dans la déformation de la Terre la confirmation des résultats acquis, en tenant compte de la non-homogénéité et de la solidification irrégulière de la lithosphère. Ces facteurs nouveaux, auxquels est due la complexité apparente de la distribution des terres et des mers, ne masqueront peut-être pas entièrement le dessin géométrique des déformations obtenu en première approximation.

Le sculpteur, avant de ciseler les détails de sa statue, commence par en dégager les masses, et les met dans des positions relatives exactes; de même nous voulons étudier les grands compartiments de l'écorce terrestre, avant de considérer les chaînes de montagnes, qui n'en sont que la ciselure.

Dans son *Traité de Géologie*, M. E. Haug (1) a résumé d'une façon très remarquable les études nombreuses qui ont trait aux grandes déformations de l'écorce terrestre; une riche bibliographie y est jointe. Ce serait faire double emploi que d'en donner à nouveau l'historique complet, nous nous bornerons à en indiquer les grandes lignes.

W. Lowthian Green (2) a développé l'hypothèse que l'écorce terrestre tend à se rapprocher d'un tétraèdre. [A défaut de l'ouvrage original qui est rare, on trouvera un

1, E. HAUG, t. I, chap. xxix, p. 511-535.

2) W. LOWTHIAN GREEN, *Vestiges of the molten globe*. Part. I, London, 1875. Part. II, Honolulu, 1887.
T. VII. — Fasc. 10, Pierre Th. Dufour.

résumé de la « théorie tétraédrique » dans *la Vie et la Mort du Globe* de M. A. Berget) (1)].

Presque tous les auteurs, à la suite de Green, ont adopté cette manière de voir, dont la justesse a frappé tous ceux qui ont examiné attentivement un globe terrestre. On y voit immédiatement les masses continentales se distribuer nettement en trois grands groupes qui sont : les Amériques, l'Europe-Afrique, et l'Asie-Australie. Ces masses continentales correspondent à trois sommets et à trois arêtes du tétraèdre en formation, dont les faces sont les grands bassins océaniques du Pacifique, de l'Atlantique et de l'océan Indien.

Une confirmation très remarquable de cette hypothèse a été donnée par les expéditions polaires, qui ont montré, au pôle Nord, l'existence d'une mer de 3 000 à 4 000 mètres de profondeur (Nansen, 1895), et, au pôle Sud, un continent ayant des sommets de 4 000 mètres et un grand plateau de 3 000 mètres d'altitude au pôle Sud lui-même (Amundsen, 1911). L'Arctique et l'Antarctique forment ainsi la quatrième face et le quatrième sommet du tétraèdre.

Un solide tétraédrique est caractérisé par l'opposition des sommets et des dépressions; là encore l'étude géographique nous donne une distribution remarquable, car on sait qu'il y a dix-neuf chances sur vingt pour qu'une terre ait un antipode marin (2).

A l'appui de son hypothèse, Green signalait la forme en pointe vers le Sud des trois masses continentales, et la même disposition en pointe des océans vers le Nord. Il voyait, dans la forme en « S » de la ligne axiale des masses continentales, c'est-à-dire des arêtes du tétraèdre, la conséquence de l'inertie des sommets émergents qui, en s'éloignant de l'axe de la Terre, devaient prendre un retard sur les masses de l'écorce restées dans leur niveau primitif.

Il supposait que cette déformation en « S » des arêtes avait amené leur rupture en leur milieu, et expliquait ainsi les zones disloquées du golfe du Mexique, de la mer Méditerranée et des mers de la Sonde, placées sur la ligne que l'on a appelée la « dépression méditerranéenne ».

Green enfin a voulu expliquer (3) l'inclinaison de l'axe terrestre sur l'écliptique, par l'attraction solaire sur cette nouvelle distribution des masses terrestres. Nous aurons l'occasion de revenir sur cette question de la variation éventuelle des pôles, qui ne peut être négligée, dans l'étude de la solidification de l'écorce.

Les observations fondamentales de Green : la mise en saillie de quatre masses continentales, ainsi que l'opposition diamétrale des continents et des mers, sont si évidentes, qu'elles se trouvent dans presque tous les travaux de ses successeurs. Ils ont cherché, sur ce canevas, à étudier le détail des accidents de l'écorce terrestre, et ils ont complété l'hypothèse de Green, là où elle paraissait trop rudimentaire, pour expliquer le dessin géographique.

Mais aussitôt les divergences s'accroissent, et les auteurs ne s'accordent plus. Les uns, comme Michel Lévy (4), construisent de nouvelles pyramides sur chacune des faces du

(1) A. BERGET, *La Vie et la Mort du Globe*. Paris, 1912, p. 185 et suivantes.

(2) DE LAPPARENT, *Traité de Géologie*, p. 1947.

(3) W. I. GREEN, *loc. cit.*, p. 52.

(4) MICHEL LÉVY, *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 1898, p. 105-121.

tétraèdre ; d'autres, comme Marcel Bertrand (1), transforment le tétraèdre de Green en deux tétraèdres opposés par leur base, en supprimant ainsi l'avantage de l'hypothèse de Green, pour expliquer l'opposition diamétrale.

De Lapparent s'écarte du tétraèdre régulier de Green, et reporte les trois sommets qui coïncidaient avec des zones basses (Yukatan, troisième cataracte du Nil, en mer près des îles Mariannes), plus au Nord, au centre des trois boucliers archéens (Canadien, Scandinave et Sino-Sibérien), qui sont des régions où affleurent des roches très anciennes.

La meilleure preuve de la variété des conclusions, auxquelles ont été conduits les savants, est dans la figure 1, Planche I, où l'on a groupé sur un planisphère la collection des sommets proposés, comme l'a fait le Dr Th. Arldt (2).

A quoi est due cette diversité d'interprétation ? Certainement au désaccord qui existe sur le choix des signes géographiques qui caractérisent les sommets, arêtes ou faces du tétraèdre. On peut se baser en effet soit sur les grandes chaînes de montagnes actuelles, soit sur les chaînes anciennes et les massifs archéens, soit aussi sur les éruptions volcaniques, à diverses époques, et sur les régions à grande fréquence sismique.

Devant cette incertitude, il paraît naturel de justifier, tout d'abord théoriquement ou expérimentalement, cette tendance vers une déformation pyramidale. Là aussi, comme nous allons le voir, les arguments ne sont pas à l'abri de toute critique.

Green avait été amené à sa déformation de la sphère par analogie avec l'observation suivante attribuée à Fairbairn. Un tuyau de caoutchouc, dans lequel on fait le vide, s'écrase suivant une section triangulaire. Ce fait d'expérience qui donne l'opposition diamétrale n'est pas à négliger dans l'étude des plissements en général, mais, ayant trait à un corps cylindrique, il ne peut servir de preuve à l'hypothèse de Green.

Cette déformation triangulaire, à angles arrondis, a été constatée aussi, à plusieurs reprises, par le Dr Otto Ampferer (3) au laboratoire de l'Université de Vienne, dans ses essais de compression externe de tuyaux de fer. Il a remarqué en particulier que la moindre hétérogénéité de la matière provoque des flexions irrégulières.

Des expériences qui serrent la question de plus près sont celles de M. Ch. Lallemant (4) sur des ballons de caoutchouc, et celles de MM. de Ghesquière et Joly (citées par M. Lallemant) sur des globes de verre ramollis par la chaleur. En faisant le vide dans ces ballons, il s'y développe quatre dépressions donnant au corps l'apparence tétraédrique.

Cette déformation, où l'on voit de nouveau apparaître l'opposition diamétrale, n'est pourtant pas l'image exacte de ce qui se passe pour l'écorce terrestre. Celle-ci s'appuie sur un noyau plastique, capable de développer une réaction, tandis que les ballons sont vides.

Ces expériences intéressantes, auxquelles la théorie tétraédrique doit en grande partie

(1) MARCEL BERTRAND, *C. R. Ac. des sciences*, 1900, 1^{er} semestre, p. 449 et suiv.

(2) Dr TH. ARLDT, *Beiträge zur Geophysik*, t. VII, 1905, p. 283.

(3) Dr OTTO AMPFERER, *Erdrelief und Tetraederhypothese*. Petermanns Mitteilungen 57 Jahrg. 1911, II Halbb., p. 305.

(4) CH. LALLEMAND, *Bull. Soc. astronomique de France*, 1903, p. 213-222.

son succès, ne présentent cependant pas un caractère définitif et ne réussissent pas à coup sûr.

Une sphère de caoutchouc, partiellement vide d'air, prend en général une forme qui rappelle un « fourneau de pipe ». Plus de la moitié de la sphère garde sa forme, et le reste de la surface se transforme en une poche ou calotte sphérique renversée. Cette déformation présente dans une certaine mesure l'opposition diamétrale.

On s'en convaincra facilement avec une balle d'enfant, car la soudure des deux hémisphères qui la composent n'influence pas sensiblement la marche du phénomène. Cet essai, qui est à la portée de tous, est instructif à un autre point de vue. Si l'on déforme la balle en y imprimant quatre dépressions, c'est-à-dire en lui donnant artificiellement la forme tétraédrique, cette forme se conserve; mais si on laisse rentrer l'air lentement, on voit une des faces se creuser au détriment des autres, et la balle, tout en se remplissant d'air, reprendre la forme en fourneau de pipe.

On a l'impression très nette que la déformation tétraédrique est bien une surface d'équilibre, mais d'équilibre instable, tandis que l'autre forme, au contraire, représente un équilibre stable.

L'expérience du ballon de verre est plus difficile à réaliser, car le globe doit être également ramolli de toute part; il faut, pour la réussir, se placer, comme pour le ballon de caoutchouc, dans des conditions d'épaisseur et de dimension de sphère bien déterminées. On obtient en général, comme pour la balle de caoutchouc, la forme en fourneau de pipe (fig. 2, Pl. II).

Si, dans cette photographie, on ne voit pas apparaître les quatre faces, on remarque cependant une petite dépression autour du tube qui a permis de souffler le globe; le plan de cette dépression fait avec le méplat de la poche un angle voisin de 60° qui semble être un acheminement vers la forme cherchée. Nous verrons dans une autre expérience un cas analogue.

Le globe de la figure 3, Planche II, nettement tétraédrique, a été obtenu devant nous par un souffleur de profession après une dizaine de tentatives qui toutes donnaient plus ou moins la forme en fourneau de pipe. Sur notre demande, le souffleur a tenté de faire un second ballon semblable, mais n'a pu y réussir, obtenant, par exemple, des déformations comme celles de la figure 4, Planche II.

Les souffleurs professionnels que nous avons vus n'avaient jamais remarqué cette déformation tétraédrique qui devrait faire, cependant, partie des expériences du métier.

Le ballon de caoutchouc et le globe de verre doivent-ils du reste, nécessairement, prendre la même déformation? On ne saurait l'affirmer, car le caoutchouc est une substance essentiellement élastique, tandis que le verre ramolli par la chaleur est dans un état essentiellement visqueux, deux propriétés nettement opposées.

Ces expériences, si elles ne réussissent pas toujours, comme on vient de le voir, laissent cependant ceux qui les ont reproduites dans le sentiment que la théorie tétraédrique de l'écorce terrestre a sa raison d'être. Souvent citées, elles sont les seules qui étayent cette théorie.

Green (1) a voulu chercher dans le domaine des sciences naturelles d'autres confirmations; il cite en particulier les tétraspores et des grêlons en pyramide sphérique décrits par L. Godefroy (2). En se reportant aux sources, on voit que Godefroy n'a décrit aucun grêlon tétraédrique, mais uniquement des grêlons en pyramide hexagonale, pentagonale ou quadrangulaire dont la base est une calotte sphérique et qui ne sont, selon son hypothèse, que des débris de gros grêlons. L'eau qui se dilate en se congelant ne pouvait du reste prendre la forme dont nous nous occupons. Quant aux tétraspores provenant des Algues Floridées, elles doivent leur nom au fait qu'elles prennent naissance par quatre dans une cellule mère.

Nous en venons maintenant aux arguments mathématiques. M. P. Puiseux (3) parle à ce sujet d'une « incontestable lacune mathématique ». A défaut d'une théorie analytique rigoureuse, voici ce que l'on a proposé : le tétraèdre est celui des cinq polyèdres réguliers qui présente le plus petit volume pour la plus grande surface; l'écorce terrestre primitivement sphérique doit, lors de la contraction du noyau, tendre vers la forme de ce solide.

Nous ne voyons pas, pour notre part, pourquoi elle ne choisirait pas un volume à surface gauche, d'un dessin plus difficile, mais qui pourrait avoir une capacité plus petite encore : un tétraédroïde à faces déprimées comme celui de la figure 3 ou un solide en fourneau de pipe comme celui de la figure 2, Planche II.

On a proposé aussi (4), sans calcul il est vrai, le principe de la moindre action : l'enveloppe doit tendre vers la forme qui lui impose le minimum de contraction superficielle, c'est-à-dire vers celle qui embrasse le plus petit volume sous une forme extérieure donnée.

Le principe de la moindre action est certainement applicable, mais la conclusion nous semble un peu hâtive.

C'est là que se borne la théorie mathématique, et il n'est pas surprenant que ce problème difficile ne soit pas encore résolu, car des cas de déformations beaucoup plus simples sont actuellement l'objet des études de mathématiciens rompus aux difficultés du calcul. On en est encore à l'étude des déformations des plaques planes chargées en leur centre ou uniformément (5); celle des déformations des plaques soumises à des forces agissant dans leur plan, cas analogue au « flambement » des prismes chargés debout, est à peine ébauchée (6-7), et le « gondolement » d'une surface gauche soumise à des actions tangentielles est plus éloigné encore de sa solution. C'est ce dernier cas cependant que présente l'écorce terrestre supposée homogène, en se compliquant encore de la réaction du noyau sur les affaissements de l'écorce.

(1) W. L. GREEN, *loc. cit.*, p. 230.

(2) L. GODEFROY, *C. R. Ac. Sc.*, 16 avril 1877, p. 793.

(3) P. PUISEUX, *La Terre et la Lune*, 1908, p. 42.

(4) CH. LALLEMAND, *Bull. Soc. astronom. de France*, 1903, p. 213-222. — R. DE GIRARD, *Revue Thomiste*, 3^e année, 1895. Paris, p. 509.

(5) Par exemple : la thèse récente, M. PASCHOUD, Paris, 1914 : Sur l'application de la méthode de W. Ritz à l'étude de l'équilibre élastique d'une plaque carrée mince.

(6) W. E. LILLY, *Web stresses in plate girders. Engineering*, vol. LXXXIII. Londres, 1907, p. 136.

(7) L. HARTMANN, *C. R. Ac. Sc.*, 26 février 1912, p. 584.

L'étude de la déformation d'une écorce sphérique ne vise donc pas uniquement un but géographique, mais peut contribuer, par ses résultats physiques, à aider les mathématiciens dans le choix des équations qui détermineront les flexions des surfaces en général; celles-là trouveront une application immédiate dans le calcul des coques de navires par exemple.

En résumé, ce rapide exposé confirme pleinement l'opinion de M. E. Haug (1) : « Peut-être la théorie de la déformation tétraédrique nous viendra-t-elle un jour en aide, mais elle repose encore sur des bases trop incertaines pour permettre dès à présent une coordination satisfaisante des faits ». Il montre que les arguments géographiques de la déformation tétraédrique sont divergents, que les preuves expérimentales ne sont pas concluantes et que la théorie mathématique fait encore défaut.

Certains auteurs, frappés par ces difficultés, nient du reste cette déformation. Nous citerons, par exemple, M. E. Belot (2) qui, à l'aide de son hypothèse cosmogonique tourbillonnaire, explique par un procédé tout différent l'existence des chaînes de montagnes aux différentes époques géologiques et la forme en « S » des trois groupes continentaux.

Cependant les savants éminents qui ont adopté l'hypothèse de Green y ont été conduits par les nombreux indices qui la rendent probable. Nous verrons dans le chapitre suivant des expériences qui conduisent, sinon toujours au tétraèdre proprement dit, du moins dans certains cas à une symétrie tétraédrique.

II

EXPÉRIENCES NOUVELLES

Ne peut-on combiner une expérience qui se rapproche davantage du phénomène naturel que celles citées plus haut ?

Divers auteurs (3) ont étudié le plissement d'une pellicule adhérente à un ballon qui se contracte. Nous avons débuté comme eux en variant le choix des matériaux, mais en remarquant bientôt combien ce procédé était insuffisant pour déceler le mécanisme de la contraction.

Afin que l'écorce puisse se contracter à sa guise dans des conditions de parfaite symétrie, sans que la main de l'opérateur intervienne, nous avons utilisé un dispositif qui est la reproduction de l'expérience célèbre du physicien belge Plateau, reprise par Louis Dufour dans l'étude des retards d'ébullition.

Un globule de paraffine de 6 à 10 millimètres de diamètre est immergé dans de l'alcool méthylique d'une densité égale à celle de la paraffine fondue et chauffé au bain-marie à une température légèrement supérieure à sa température de fusion.

(1) E. HAUG, *Traité de Géologie*, t. I, p. 535.

(2) *Revue gén. des sciences*, 1910, p. 650. *Bull. Soc. astronom. de France*, août 1916, p. 273-281.

(3) Dr FRANZ TOULA, *Petermanns Geogr. Mitt.*, juillet 1914, p. 8-15. — BÉGUYER DE CHANCOURTOIS, *C. R. Ac. Sc.*, juillet 1878.

Il suffit alors de laisser refroidir la sphère liquide en suspension dans l'alcool pour voir apparaître le phénomène de la solidification d'une écorce enveloppant un noyau liquide. La pression hydrostatique exerce une action équivalente à une attraction centrale.

La paraffine possède pour cette expérience la précieuse qualité d'une très forte contraction, environ 11 p. 100, en passant de l'état liquide à l'état solide. D'après le *Recueil des Constantes physiques* (1) sa densité est, pour les paraffines molles (fusion de 39° à 52°) de :

0,88 à 15 degrés (solide),
0,77 à 50 — (liquide).

La paraffine ne se mélange pas à l'alcool et ne se dissout que très faiblement dans l'alcool bouillant. La tension superficielle est assez forte pour que le globule en suspension conserve une forme parfaitement sphérique, comme on le voit dans la figure 9, Planche III.

L'alcool méthylique a les densités suivantes :

0,795 à 20 degrés.
0,767 à 50 —

Si le bain d'alcool est légèrement refroidi à sa partie inférieure, le globule de paraffine trouve de lui-même une zone dans laquelle il est en équilibre.

Il est du reste facile d'arriver à la densité exacte en mélangeant un peu d'alcool méthylique du commerce à l'alcool méthylique pur, en se guidant simplement sur l'équilibre du globule.

L'expérience ainsi préparée permet les observations suivantes :

Si l'on opère tout d'abord dans une éprouvette où la quantité d'alcool est petite et le refroidissement rapide, les globules qui coulent à fond par rupture d'équilibre dès que l'écorce a une certaine épaisseur ont tous la forme que nous avons appelée « en fourneau de pipe » à la page 4.

La figure 5, Planche II, reproduit trois de ces globules et une bille de palier de bicyclette de 6,90 millimètres de diamètre servant d'échelle et de témoin de sphéricité. Au-dessus des globules on voit leurs images dans un miroir incliné à 45°, la photographie donne ainsi deux projections orthogonales des globules.

La poche déprimée se forme *toujours* à la partie supérieure du globule; elle n'est pas le résultat d'un appui, très léger du reste, sur le fond du récipient, qui ne laisse aucune trace.

Quelle est l'origine de cette déformation, toujours la même dans les mêmes conditions d'expérience ? Le globule, en coulant à fond (il est encore sphérique), traverse dans la partie inférieure du récipient des couches d'alcool plus froides, son hémisphère inférieur prend une écorce un peu plus épaisse et cette petite différence suffit pour que la déformation porte ensuite tout entière sur l'hémisphère supérieur, légèrement plus faible.

Nous avons justement ici un exemple de forme de contraction à surface gauche qui

(1) Recueil des Constantes physiques, p. 146.

présente au même titre qu'un polyèdre régulier un plus petit volume pour la même surface.

Opérons maintenant sur une plus grande quantité d'alcool ou dans une cuve à faces parallèles en glace de Saint-Gobain, où le refroidissement est plus lent et l'épaississement de l'écorce plus régulier.

Pendant que le globule est encore en suspension, on voit apparaître de légères saillies à sa surface (fig. 8, Pl. III). Dans la position du milieu, le globule prend, par exemple, une silhouette légèrement triangulaire, mais on n'obtient pas encore en général de globules où l'allure du tétraèdre soit incontestable.

La figure 7, Planche III, montre deux états successifs du même globule au moment où il vient d'atteindre le fond; on voit dans le deuxième cliché le globule achever de se déformer par développement de la poche supérieure, mais en même temps se coucher sur une deuxième face moins apparente qui fait avec la précédente un angle voisin de 60° . Nous ne pouvons nous empêcher de rapprocher cette figure de celle du globe de verre (fig. 2, Pl. II) et d'y voir l'intervention d'un mécanisme commun.

Dans la figure 10, Planche III, qui représente de même deux états successifs d'un même globule, la déformation tétraédrique se distingue nettement.

Nous n'avons pu obtenir les globules de la figure 6, Planche II, qui présentent alors la déformation cherchée, qu'en maintenant le globule et l'alcool en mouvement, afin d'uniformiser la solidification de l'écorce. Le procédé le plus simple pour cela est d'opérer dans une éprouvette bouchée, oscillant autour d'une position horizontale. La bulle d'air qui va et vient d'un bout à l'autre de l'éprouvette mélange régulièrement l'alcool.

Ces globules présentent cette déformation à surface gauche convexe qui ne ressemble que vaguement à un tétraèdre.

Des globules assez réguliers, tels que ceux de la figure 6, Planche II, ne s'obtiennent pas à coup sûr; ils n'ont en général qu'une silhouette à tendance triangulaire, et l'on a très nettement l'impression que si la forme tétraédrique est bien une forme d'équilibre, c'est un équilibre instable qu'une faible irrégularité suffit à rompre.

On peut s'en convaincre en interrompant l'agitation de l'éprouvette avant que la solidification soit entièrement terminée; c'est alors aux dépens de l'une des faces que se termine la contraction. Il est facile ainsi d'obtenir tous les termes de passage de la déformation en fourneau de pipe à la déformation en tétraèdre ou à quatre pôles. La première se réalise dans les conditions usuelles, pratiques, et la deuxième, idéale, ne s'obtient que par une symétrie parfaite de toutes les actions extérieures.

Notons, avant de quitter le domaine des expériences, quelques points accessoires.

La solidification apparaît au début comme un voile léger recouvrant régulièrement toute la sphère; on ne voit pas les premiers éléments solidifiés venir se rassembler sous l'action de la pesanteur au pôle inférieur. On peut facilement s'assurer, en repêchant un globule avant la fin de la solidification, que celle-ci procède bien de l'extérieur vers l'intérieur. *L'écorce s'appuie donc bien sur un noyau liquide.*

La tension superficielle qui explique la forme sphérique du globule liquide cesse théoriquement sitôt la première pellicule formée. Le globule n'en garde pas moins sa forme

parfaitement sphérique jusqu'au moment où l'écorce est assez épaisse et commence à présenter les déformations permanentes.

Il faut rappeler enfin que la paraffine n'est pas absolument amorphe, mais qu'elle est partiellement cristallisée en fines aiguilles (1). Cette propriété semble être sans action dans nos expériences.

III

ESSAI DE REPRÉSENTATION GÉOMÉTRIQUE

Les expériences du chapitre précédent font intervenir des actions et des réactions sinon identiques, tout au moins semblables à celles qui ont probablement influencé la solidification de notre globe, mais ces expériences ne présenteront de valeur réelle que si elles suggèrent des idées sur le mécanisme de la contraction. C'est dans ce sens que nous allons les examiner de plus près.

L'échelle des expériences étant très petite, il ne faut pas conclure trop hâtivement que la forme de la Terre doit être celle des globules de paraffine. Quelles formidables erreurs ne commettrait-on pas si, des phénomènes observés en capillarité, on voulait en déduire les lois de la statique des grandes masses d'eau.

Une discussion mettant en valeur les diverses faces du problème doit précéder toute application géophysique.

Ayant toujours en vue notre but lointain de la déformation de la Terre, il paraît naturel de procéder dans cette discussion d'après les règles et les expériences de la « Résistance des Matériaux ».

Cette science étudie justement la déformation des solides, et si les hypothèses qui sont à sa base ne sont pas prouvées rigoureusement dans tous les cas, elles n'en peuvent pas moins être acceptées comme approximativement exactes, puisque les coupoles et les voûtes construites par les ingénieurs résistent bien aux efforts pour lesquels elles ont été calculées.

Or, tous ces calculs reposent sur les lois de l'élasticité, c'est-à-dire sur la propriété que possèdent, dans certaines limites, tous les corps solides de reprendre leur forme, quand la force agissante qui la leur a fait perdre a cessé d'agir.

L'élasticité est une propriété spécifique aussi générale que la pesanteur ; elle peut varier, il est vrai, quantitativement dans de grandes limites, et ce qui différencie une lame de plomb d'une lame d'acier ou de caoutchouc au point de vue élastique c'est, en grande partie, l'amplitude de la déformation que ce corps peut subir sans dépasser sa limite d'élasticité et sans atteindre la « déformation permanente », c'est-à-dire un état dans lequel il a perdu la faculté de reprendre sa forme première, lorsque la force a cessé d'agir.

L'écorce terrestre comme la paraffine sont des corps élastiques, à faible limite d'élasticité ; on en a la preuve, par exemple, dans la transmission des tremblements de terre et dans leur étude par les sismographes, étude qui n'a été possible que grâce à cette propriété (2).

(1) THADÉE PECZALSKI, *C. R. Ac. Sc.*, 22 mai 1916, p. 784.

(2) COMTE DE MONTESSUS DE BALLORE, *La science séismologique*. Paris, 1907, p. 168.

Il n'y a donc pas de doute que les lois de l'élasticité sont applicables, mais à une condition cependant, c'est que l'écorce soit mince et les déformations faibles.

La diversité des chiffres proposés pour l'épaisseur de la lithosphère n'a rien de surprenant si l'on admet que l'écorce, de solide qu'elle est à sa surface, acquiert progressivement en profondeur les propriétés du noyau central. La limite inférieure dépend du point de vue auquel on se place.

J. F. Hayford (1), se basant sur de très nombreuses mesures de la déviation de la verticale, minutieusement compulsées à la lumière de la théorie de l'isostasie, estime que la profondeur de compensation aux États-Unis, c'est-à-dire en termes familiers l'épaisseur du continent américain, est de 122 kilomètres.

M. de Girard (2) estime qu'à 10 kilomètres de profondeur même les roches les plus dures, comme le porphyre, sont soumises à une pression qui, à l'air libre, les pulvériserait et qui, en place, les met dans ce que Heim a appelé l'état de « plasticité latente », c'est-à-dire un état dans lequel les molécules de la roche ne gardent leurs positions réciproques que par suite de la répartition uniforme de la pression extérieure. Aussitôt que cette poussée devient dissymétrique, la roche se déforme et provoque alors « l'effort irrésistible » que les ingénieurs ont rencontré dans les tunnels de base.

Quel que soit le chiffre adopté, on voit que l'écorce ne dépasse pas le 2 p. 100 du rayon terrestre ; elle est donc très mince par rapport à sa surface.

Quant aux déformations qu'elle a subies, elles sont faibles aussi. La plus grande altitude connue est de 8 840 mètres au Mont Everest et la plus grande profondeur 9 780 mètres à l'est des Philippines ; c'est une dénivellation totale de 18 620 mètres, de l'ordre de grandeur de l'aplatissement polaire, et qui n'est que le 3 p. 1000 du rayon terrestre.

Ces accidents du relief sont insensibles lorsqu'ils sont dessinés à l'échelle de la sphère.

Si la déformation était plus importante et semblait dépasser la limite d'élasticité, nous serions encore en droit de mettre à la base de cette étude les déformations élastiques. Voici pour quelles raisons.

L'écorce est soumise à des forces qui se décomposent en poussées tangentielles, et leur étude, qui n'a pas encore été faite à notre connaissance, rappelle le cas du « flambement » des prismes chargés debout sur lesquels nous aurons à revenir.

Ces prismes subissent d'abord la déformation élastique, puis, si la poussée s'accroît, ils prennent la déformation permanente, mais celle-ci se creuse dans le *sillon* de la déformation élastique.

Pour l'écorce terrestre, il en sera de même et, si la limite d'élasticité est dépassée, on peut cependant prévoir que les fosses marines ou les reliefs continentaux accentueront le premier bossellement de la déformation élastique.

Nous croyons avoir justifié ainsi l'importance que doit prendre l'étude de la déformation élastique d'une écorce sphérique dans l'étude de la Physique du Globe.

Avant d'aborder le « flambement » de notre surface gauche sous l'action des poussées

(1) JOHN F. HAYFORD, *The figure of the earth and isostasy from measurements in the United States*. Washington, 1909, et *Supplementary Investigation*. Washington, 1910. Suppl. p. 58-77.

(2) DE GIRARD, *Revue Thomiste*, 1895, p. 497 et 515.

tangentiellles, résumons rapidement les lois de la flexion dans le cas plus simple du flambement d'un prisme chargé debout (1).

Dans un prisme droit chargé suivant son axe (fig. 11) les fibres sont toutes également

1^{er} DEGRÉ.

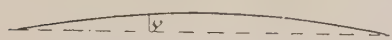


Fig. 11. — Flexion d'une lame chargée debout.

2^e DEGRÉ.



Fig. 14. — Flexion d'une lame chargée debout.
La flèche est limitée en amplitude.

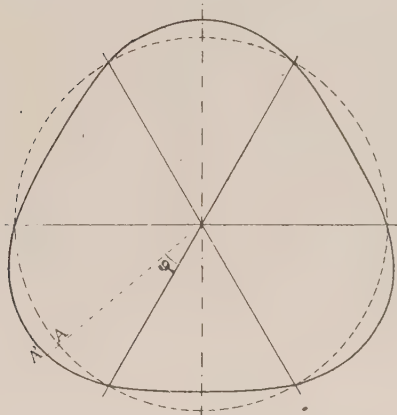


Fig. 12. — Déformation d'une circonférence.
La déflexion AA' est proportionnelle à $\sin 3\varphi$.

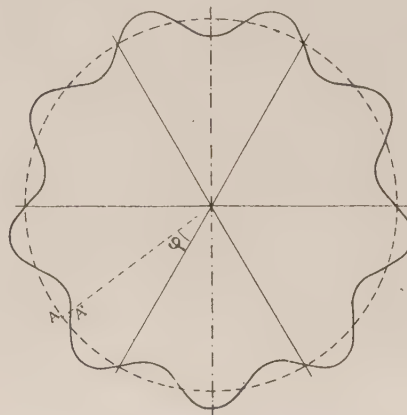


Fig. 15. — Déformation d'une circonférence.
La déflexion AA' est proportionnelle à $\sin 9\varphi$.

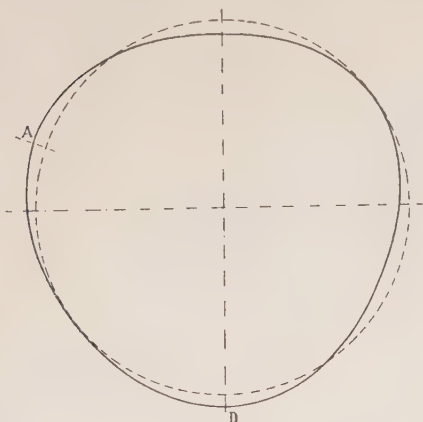


Fig. 13. — Coupe méridienne du solide tétraédrique.
Le méridien passe par deux sommets A et D.

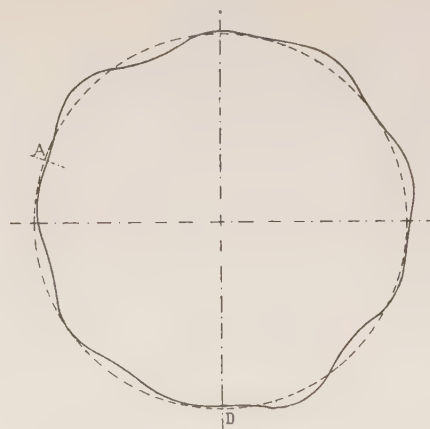


Fig. 16. — Coupe méridienne du solide tétraédrique.
Le plan de la coupe est celui de la figure 13.

comprimées au début et il n'y a d'autre déformation qu'un raccourcissement général, mais cet équilibre est instable si la charge dépasse une certaine valeur critique. Il suffit alors du moindre défaut de centrage ou d'homogénéité pour que le prisme fléchisse subi-

(1) Voir par exemple : A. FÖPPL, Résistance des matériaux et éléments de la théorie mathématique de l'élasticité, Gauthier-Villars, 1901, p. 335 et suiv.

tement et que son axe décrive une courbe dont l'ordonnée ν en chaque point est donnée par l'équation différentielle :

$$EI \frac{d^2 \nu}{dx^2} = -P\nu. \quad (A)$$

$E = \frac{P}{F} : \frac{\Delta l}{l} =$ coefficient d'élasticité longitudinale ;

$P =$ force comprimant le prisme ;

$F =$ section du prisme ;

$l =$ longueur du prisme ;

$\Delta l =$ variation de longueur ;

$I =$ moment d'inertie de la section ;

$x =$ abscisse.

On sait que l'intégrale générale de l'équation (A), très fréquente en physique, est de la forme :

$$\nu = A \sin \alpha x + B \cos \alpha x,$$

où A et B sont des constantes données par les conditions initiales et

$$\alpha = \sqrt{\frac{P}{EI}}.$$

L'équation (A) n'est valable que pour de petites déformations ; en outre, E n'est une constante que pour les corps suivant la loi de Hooke.

Ces réserves faites, on peut dire cependant que la courbe de la ligne élastique dérive directement de la sinusoïde.

Ceci explique le choix que nous ferons plus loin de cette fonction, si répandue dans la nature, parce qu'elle permet de passer le plus insensiblement d'une limite négative à une limite positive et inversement. Ce passage « harmonieux » n'est pas limité à la fonction elle-même, mais à toutes ses dérivées qui ne diffèrent de la fonction que par un « décalage »

Dans le nouvel état de flexion du prisme chargé debout, il y a maintenant répartition égale de fibres tendues et de fibres comprimées de part et d'autre de la ligne médiane ou neutre, tandis qu'au début toutes les fibres étaient comprimées.

Cette égale répartition des fibres tendues et comprimées se retrouvera peut-être dans l'étude générale des plissements.

Supposons maintenant que la flèche du prisme élastique soit limitée dans sa course ; c'est le cas illustré par les expériences de Daubrée (1) pour expliquer le plissement des chaînes de montagne. La lame de plomb ne peut plus former un seul arc et se plisse en un nombre impair de demi-ondulations qui ont une allure sinusoïdale ; elles résultent certainement de la même équation différentielle (A).

Nous avons repris cette expérience, mais en comprimant debout une lame d'acier qui donne la flexion élastique pure, celle qui nous importe pour le moment.

(1) A. DAUBRÉE, Études synthétiques de Géologie expérimentale, Paris, 1879, p. 288 et suiv.

Dans le premier essai (fig. 17, Pl. I), la lame est simplement *appuyée* contre les blocs qui la compriment. On y voit le passage de la flexion simple à la flexion avec flèche limitée et la demi-ondulation se transforme en *trois* demi-ondulations.

Dans le deuxième essai (fig. 18, Pl. I), les bouts de la lame sont *encastrés* dans les mâchoires de compression; on passe alors d'une demi-ondulation à *deux* demi-ondulations.

On remarque au cours de ces compressions, si l'encastrement ou l'appui des bouts ne sont pas francs, des détentes qui font sauter brusquement d'une courbe triple à une courbe double. Nous utiliserons plus loin ces particularités.

Passons comme étape intermédiaire au cas du « flambement » d'un anneau soumis à une pression centripète. Ici les théories mathématiques font, croyons-nous, défaut et nous devons nous laisser guider par les expériences et les analogies.

Au début, la compression le long de la circonférence axiale, résultant des forces extérieures, sera uniforme dans les diverses fibres. Puis on atteindra une valeur critique, comme dans le cas du prisme droit, qui se traduira par une rupture de ce premier état d'équilibre et dans le passage à un deuxième état, où les fibres se grouperont alternativement, et de part et d'autre d'un axe neutre, en fibres tendues et comprimées.

L'expérience du tuyau de caoutchouc de Fairbairn, ou des tuyaux de fer de Ampferer, fait supposer que le cercle primitif se déformera en un nombre impair d'ondulations complètes, au minimum trois (fig. 12).

Par analogie avec ce qui se passe dans l'expérience des lames de Daubrée, on peut imaginer un plus grand nombre de sinuosités le long de l'ancienne circonférence, dans le cas d'une réaction centrale qui limite la flèche (fig. 15). En première approximation *admettons* que l'écart entre la ligne déformée et la circonférence primitive, c'est-à-dire la longueur AA', varie comme le sinus d'un multiple de φ (angle du rayon vecteur avec un rayon pris comme origine) :

$$\text{dénivellation AA}' = a \sin n\varphi.$$

Comme la déformation d'une circonférence et l'équation de la ligne sinueuse donnent probablement la clef de la déformation d'une écorce sphérique, nous allons nous arrêter un instant à la courbe que nous venons de définir.

Il est intéressant en particulier de chercher comment varient avec le nombre des sinuosités et l'amplitude, d'une part, la surface enveloppée et, d'autre part, la longueur de la ligne sinueuse. Or, on trouve immédiatement que la surface enveloppée est égale à :

$$S = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (R + a \sin n\varphi)^2 d\varphi = \pi R^2 + \frac{\pi a^2}{2}.$$

c'est-à-dire qu'elle est supérieure à la surface du cercle primitif d'une quantité *indépendante* du nombre des sinuosités et qui est représentée par l'aire d'un demi-cercle dont le rayon serait égal à l'amplitude de déformation.

La longueur de la ligne sinueuse s'établit moins rapidement; son élément est :

$$dl^2 = (R + a \sin n\varphi)^2 d\varphi^2 + (na \cos n\varphi)^2 d\varphi^2;$$

en posant

$$h = \frac{a}{R}, \quad \zeta = \sin n\varphi,$$

il vient, pour la longueur totale de la ligne,

$$l = 2R \int_{-1}^{+1} \sqrt{h^2 n^2 + \frac{(1 + h\zeta)^2}{1 - \zeta^2}} d\zeta.$$

Nous devons à l'obligeance de M. R. Garnier, chargé de conférences à la Faculté des Sciences de Paris, la solution très compliquée et savante de cette intégrale elliptique qui nécessite des transformations nombreuses et des calculs fort longs. Il y fait usage de « l'échange du paramètre et de l'argument » de la théorie des intégrales abéliennes. La solution peut se résumer de la façon suivante :

$$l = 4na \left[1 + \frac{1}{n} F\left(\frac{1}{n^2}\right) + \frac{\log n}{n} G\left(\frac{1}{n^2}\right) \right],$$

F et G étant deux séries, procédant suivant les puissances positives de n^{-2} et convergentes pour n assez grand.

Or, il est intéressant de constater que si le nombre des sinuosités augmente, la longueur de la ligne tend vers :

$$l = 4na,$$

c'est-à-dire qu'elle augmente, finalement, *proportionnellement* au nombre des sinuosités, tandis que la surface enveloppée en reste indépendante.

Nous avons vu plus haut comment le principe de la moindre action avait été avancé pour expliquer la déformation tétraédrique; le même raisonnement appliqué à une circonférence conduirait à admettre que le cercle, obligé de mouler une surface interne qui se contracte, se déformerait suivant le polygone régulier qui présente la plus petite surface pour le plus grand contour, c'est-à-dire le triangle à angles vifs.

Or cette déformation est contredite par l'expérience, et le calcul que nous venons d'esquisser montre que la ligne sinueuse, soit par la variation d'amplitude, soit par celle du nombre des sinuosités, permet de changer dans les limites les plus étendues le rapport des nombres qui expriment la surface enveloppée et la longueur de la courbe enveloppante.

Cherchons maintenant à utiliser dans la déformation de la sphère l'écart $a \sin n\varphi$, que nous avons admis en première approximation; en faisant n un nombre entier, impair, il a des chances de nous donner l'opposition diamétrale.

L'expérience des globules nous conduit en outre à chercher une symétrie autour des quatre pôles équidistants à la surface de la sphère (1).

Après diverses tentatives, nous en sommes restés à la construction géométrique,

(1) Si l'un des pôles coïncide avec le pôle Sud, les trois autres sont répartis sur le parallèle $19^{\circ} 28'$ Nord; le sinus de la latitude égale $\frac{1}{3}$.

purement *empirique*, suivante : par un point quelconque de la sphère pour lequel on cherche la dénivellation, menons quatre grands cercles déformés comme dans la figure 12, passant par les quatre pôles et de telle façon que le rayon vecteur d'un sommet d'une protubérance du cercle déformé coïncide avec le rayon vecteur du pôle par lequel il est astreint à passer. Au point choisi nous aurons quatre dénivellations partielles dont nous faisons la somme algébrique.

Cette somme représente la cote définitive du point au-dessus ou au-dessous de la surface de la sphère. La même opération répétée pour tous les points de la sphère nous donne un solide (fig. 19, Pl. IV) que nous avons représenté en courbes de niveau en deux gammes de teintes pour les saillies et les dépressions, sur une mappemonde en projection de Lambert, ceci afin de ne pas nous écarter du cas de la Terre où la déformation à l'échelle de la sphère est trop petite pour être dessinée.

La figure 13 est une coupe méridienne de ce solide.

M. Garnier nous a fait remarquer que cette surface pouvait être représentée d'une façon très simple, en coordonnées rectangulaires, par l'équation :

$$r = R + \frac{32}{\sqrt{3}} a \frac{xyz}{r^3},$$

où

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2.$$

R = rayon de la sphère primitive ;

$x=0$, $y=0$, $z=0$ étant les plans de symétrie quaternaire du cube auquel le tétraèdre est mériédriquement isomorphe.

Nous avons d'autre part réalisé un tel solide géométrique exagéré sous forme d'un moulage en plâtre (fig. 21, Pl. IV).

On voit par là que cette construction imite fort bien la déformation tétraédrique des globules de paraffine. Il y a là probablement plus qu'une simple coïncidence.

En remplaçant un grand cercle par une ligne sinueuse on modifie sensiblement sa longueur ; par contre la variation de la surface enveloppée ne varie guère. Il doit en être de même de la sphère déformée qui prend par son bossellement une plus grande surface pour un même volume. Par simple exagération de la déformation ou par la variation du nombre des sinuosités, on fait varier dans des limites arbitraires le rapport de la surface au volume.

Il ne faut pas chercher dans cette construction une démonstration mathématique qui n'y est pas, mais simplement l'équivalent de la formule empirique qui permet de reproduire numériquement les résultats d'une expérience, et qui parfois, si elle est bien choisie, peut conduire à la solution théorique du phénomène étudié.

La concordance avec les faits expérimentaux nous paraît suffisante pour nous autoriser à faire un pas de plus sur le sol des analogies.

Jusqu'ici, en effet, nous n'avons tenu aucun compte de la réaction du noyau central. Nous n'avons pas à participer au débat entre fluidistes, viscosistes et rigidistes

(Lord Kelvin, G. H. Darwin) (1), car, dans un cas comme dans l'autre, la réaction du noyau doit intervenir pour limiter la flèche de la déformation élastique, comme dans la flexion du ressort.

Si le noyau central est fluide, c'est la poussée archimédienne, très grande par suite de la forte densité de la pyrosphère, qui jouera ce rôle.

Il serait intéressant de pouvoir faire intervenir dans le calcul de la déformation élastique cette poussée archimédienne. Hertz (2) a étudié le cas beaucoup plus simple d'une plaque plane, élastique, flottante, une banquise chargée par exemple. Le génie de Hertz n'était pas de trop pour résoudre ce problème qui est analytiquement difficile.

Cette forte réaction du noyau doit agir pour limiter la flèche de la dépression et pour nous faire passer dans un deuxième état d'équilibre, où les ondulations de la surface sont plus nombreuses, cas analogue à celui de l'expérience de Daubrée (fig. 17, Pl. I) où une demi-ondulation entre deux nœuds est remplacée par trois demi-ondulations.

Essayons de reproduire la même construction géométrique que précédemment, mais avec des grands cercles déformés à *neuf* sommets, c'est-à-dire à trois demi-ondulations dans une ancienne demi-ondulation (fig. 15).

On obtient cette fois-ci le solide du deuxième degré de la figure 20, Planche IV, qu'il est intéressant de comparer avec le solide du premier degré de la figure 19, Planche IV.

La symétrie tétraédrique y est conservée et l'on voit les quatre anciennes saillies se morceler en vingt-quatre sommets séparés par autant de fosses; à l'emplacement des cotes primitives maxima apparaît une légère dépression dont la profondeur n'est que le quart des grandes fosses. De même, à la place du centre des quatre anciennes poches, nous trouvons une légère saillie.

La coupe méridienne de ce solide est donnée à la figure 16. Remarquons aussi que le relief s'est partiellement inversé, que les quatre cercles de cote zéro ne varient pas, mais que le long de leurs parcours le sens des versants s'est modifié.

Ce qui frappe surtout et ce qui est à retenir, c'est que l'on n'obtient pas un plissement, mais un bossellement.

On pourrait de même remplacer une demi-ondulation primitive par cinq demi-ondulations et trouver une nouvelle surface d'équilibre, mais nous arrêterons là ces constructions.

Une question qui se pose tout naturellement est celle-ci : pourquoi commencer la série des déformations du grand cercle avec trois sinuosités au minimum et ne pas faire la construction géométrique ci-dessus avec une seule sinuosité sur le pourtour de la circonférence, soit avec un écart donné par la fonction $a \sin 1\varphi$?

On voit sans peine que dans ce cas la somme des quatre déformations partielles est égale à zéro, quel que soit le point considéré. Donc la sphère n'est pas déformée.

(1) Thomson and Tait's Treatise on natural Philosophy, Cambridge, 1883. On the secular cooling of the Earth. App. D, vol. 2, p. 468 et suiv. — G.-H. DARWIN, *Phil. Trans.*, vol. 178 A, 1887, p. 242.

(2) HERTZ, Équilibre d'une plaque flottante élastique. *Gesammelte Werke*, Leipzig, 1894, t. I, p. 288.

Il est facile de le démontrer en répétant trigonométriquement la construction géométrique proposée. La formule générale de la distance de deux points sur une sphère ou du côté d'un triangle sphérique est donnée par la formule fondamentale :

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C,$$

dans laquelle

$$\begin{aligned} a, b, c &= \text{côtés du triangle sphérique,} \\ A, B, C &= \text{angles opposés;} \end{aligned}$$

La déflexion sur un grand cercle, si nous faisons coïncider le maximum d'écart avec le sommet du tétraèdre, est proportionnelle, d'après notre hypothèse, au cosinus de la distance angulaire mesurée sur ce grand cercle entre le sommet du tétraèdre et le point considéré de la sphère, donc proportionnelle à $\cos c$.

Pour avoir la déflexion totale, il faut faire par conséquent la somme des quatre cosinus

$$\cos_1 c + \cos c_2 + \cos c_3 + \cos c_4,$$

correspondant aux distances des quatre sommets au point arbitraire. On trouve que cette somme est égale à zéro quel que soit le point considéré.

Cette somme de quatre fonctions trigonométriques, « décalées » dans l'espace, qui s'annule en chaque point de la sphère, rappelle la propriété connue de la somme des ordonnées de trois sinusoides, décalées de 120° , qui est nulle quelle que soit l'abscisse.

Pourquoi enfin ne pas donner un nombre pair de sinuosités le long d'un grand cercle? Nous avons vu dans l'expérience du ressort que l'on obtient un nombre pair de demi-ondulations entre deux nœuds, en encastrant les extrémités. Ce n'est donc pas le cas de la flexion libre de la sphère.

Ayant un peu dévié de notre sujet, nous en profitons pour signaler les expériences de C. V. Boys (1) sur des bulles de savon cylindriques « stables et instables » où l'on retrouve des conditions d'équilibre élastique encore mystérieuses, analogues aux nôtres.

Quel est l'ordre de grandeur des forces tangentielles qui compriment l'écorce terrestre? Ce problème a été étudié par R. Mallet (2) aidé pour la partie mathématique par Stokes. Il a cru trouver dans l'écrasement des roches sous l'action de ces forces la source de chaleur qui alimente les phénomènes volcaniques.

On sait que dans une surface sphérique la tension superficielle T , déterminée par une pression normale P à la surface de rayon R , est

$$T = \frac{PR}{2}.$$

Connaissant le poids des roches, il est facile de déterminer la compression tangentielle T qu'elles supporteront et de la comparer à leur tension de rupture. Mallet a montré que pour une coquille sphérique de porphyre, de la dimension de la Terre,

(1) C. V. BOYS, Bulles de savon, trad. par Ch. Ed. Guillaume, Paris, 1892, p. 48 et suiv.

(2) ROBERT MALLET, Volcanic Energy (*Phil. Trans.* London, 1873, vol. 163, p. 147).

cette compression tangentielle de l'écorce est de l'ordre de 470 fois la charge d'écrasement.

Il semble à première lecture que ce calcul s'oppose directement à notre tentative de chercher dans les déformations élastiques l'origine du dessin géographique. Mais il faut remarquer tout d'abord qu'il repose sur des hypothèses simplificatrices très éloignées de la réalité qui sont l'absence d'un noyau liquide supportant la coquille et une structure de cette dernière en feuillets concentriques.

Personne ne niera l'écrasement ou plutôt les déformations permanentes des roches, ce qui fait justement l'objet de la géologie tectonique; mais ces déformations n'ont fait que de succéder à une première déformation élastique et d'*accentuer le sens de celle-ci*.

IV

APPLICATION GÉOPHYSIQUE

Avant toute application géophysique des résultats obtenus dans les chapitres précédents, rappelons que cette étude ne vise pas à expliquer les plis locaux et les petites chaînes de montagnes, mais uniquement la mise en saillie et les affaissements des grands compartiments de la Terre, ainsi que les grandes lignes du dessin géographique.

Notre écorce sphérique, homogène, d'égale épaisseur et de même coefficient d'élasticité à l'extension et à la compression, a pu être approximativement réalisée au début de la solidification de la Terre; elle en est certainement bien différente aujourd'hui.

Il ressort en particulier des mesures de J.-F. Hayford sur l'isostasie que le sous-sol des continents est plus épais et moins dense que le sous-sol des océans. Or, on peut trouver l'origine de cette répartition des masses (hypothèse de Lippmann) en supposant qu'au début de la solidification les éléments scoriacés les moins denses se sont accumulés sous les protubérances d'origine élastique. Ils ont ensuite participé à la solidification de cette partie de l'écorce en formant des compartiments moins denses que ceux limités par le bord des dépressions. Puis, il est intervenu peu à peu, sous l'action des lois qui régissent l'équilibre des corps flottants, ce que Hayford a appelé le « réajustement isostasique ». Ainsi se serait formée l'écorce actuelle, nettement hétérogène et inégale d'épaisseur.

L'expérience du globule de paraffine a montré que la symétrie à quatre pôles équidistants est un cas idéal que la moindre solidification irrégulière peut troubler. Il n'y a donc rien d'étonnant à trouver sur la Terre une symétrie tétraédrique irrégulière et un dessin géographique assez éloigné de nos dessins géométriques.

Si la solidification a été plus intense au pôle géographique et plus faible sous l'équateur, il paraît probable qu'un sommet du tétraèdre se sera fixé à l'un des pôles et que les autres se seront répartis, non plus sur le parallèle théorique de $19^{\circ}28'$ de l'hémisphère opposé, mais sur un parallèle plus voisin du second pôle.

L'expérience a montré l'instabilité de la forme tétraédrique et la facilité avec laquelle

on tombe dans la forme « en fourneau de pipe », sitôt que l'une des faces est plus faible que ses voisines. Ce rôle sera joué par l'une des faces tropicales.

On s'explique ainsi facilement, d'une part le report vers le nord des grandes masses continentales et le *développement anormal de l'océan Pacifique*.

Il en résulte cette répartition inégale des terres et des mers étudiée avec beaucoup de soin par M. A. Berget (1) qui groupe la plus grande partie des continents dans un hémisphère dont le pôle serait à l'île Dumet à l'embouchure de la Vilaine, tandis que l'hémisphère opposé comporte une surface marine de 88,7 p. 100 contre 11,3 p. 100 de terres.

Il est possible, même d'après l'allure de nos expériences, que cette tendance vers la formation d'un hémisphère continental s'accroisse encore actuellement et que l'océan Pacifique devienne toujours plus profond. La Terre tendrait vers cette forme « en fourneau de pipe » si naturelle dans la déformation des écorces sphériques. A l'hypothèse d'une solidification ayant commencé par les pôles géographiques actuels on peut objecter que nous ignorons si ces pôles n'ont pas varié autrefois. Cette question a été souvent discutée à propos des climats et des végétations aux diverses latitudes durant les époques géologiques. De Lapparent (2) montre que la variation des pôles n'explique pas la variation des climats aux différents âges.

La fixité de l'inclinaison de l'axe terrestre sur l'écliptique résulte aussi de l'hypothèse cosmogonique de M. E. Belot (3) qui a réussi à trouver théoriquement les lois fondamentales des distances planétaires, de l'inclinaison de leurs axes sur l'écliptique et la loi des rotations et des masses. Son hypothèse fait saisir aussi pourquoi c'est le pôle Nord qui comporte une face du tétraèdre. Elle fait intervenir en effet le mouvement de translation général du système solaire dans l'espace qui à lui seul comprend 200 fois plus de force vive que les mouvements de rotations et de révolutions du Soleil et des planètes. Le pôle terrestre, formant face du tétraèdre, est justement celui qui marche en avant et à l'encontre des résistances éventuelles. Nous verrons le même cas se produire dans la Lune.

Voyons comment l'une ou l'autre des figures géométriques 19 et 20, Planche IV, joue avec le dessin géographique. Pour faciliter la comparaison, les figures 22, 23, 24 donnent trois hémisphères, dessinés dans le même système de projection que les figures 19 et 20 et semblablement placés.

Nous nous garderons de proposer une nouvelle série de sommets ; nous avons choisi dans la figure 1, Planche I, les boucliers archéens de De Lapparent. Leurs centres tombent sur la baie d'Hudson, sur la Finlande, sur l'amphithéâtre d'Irkoutzk et au pôle Sud. Ils ne sont pas équidistants, mais l'irrégularité s'explique bien par la solidification plus intense aux pôles géographiques et par l'exagération d'une des faces, celle de l'océan Pacifique.

(1) A. BERGET, La répartition des terres et des mers et la position du pôle continental de la Terre). *Revue de Géogr. annuelle*, t. VII, 1913, fasc. IV.

(2) DE LAPPARENT, *Traité de Géologie*, 5^e édition, 1906, vol. III, p. 1952.

(3) E. BELOT, *Essai de cosmogonie tourbillonnaire*. Paris, 1911, p. 253 et suiv.

La déformation en premier degré (fig. 19, Pl. IV) s'adapte en première approximation, mais elle est tout à fait insuffisante pour expliquer la variété du dessin géographique.

La déformation en deuxième degré (fig. 20) nous offre plus de ressources, tout en conservant la symétrie tétraédrique. Elle est partiellement inversée, donnant un affaissement là où existait le centre des quatre grands massifs primitifs et une saillie au centre des océans.

Cette *inversion* des profils dans certains compartiments, depuis la première solidification, nous fait comprendre les grands mouvements orogéniques et les transgressions marines. La plus grande partie des continents actuels sont recouverts de roches sédimentaires, tandis que les océans passent, à tort ou à raison, pour des continents immergés (Atlantide, continent Australo-Indo-Malgache, continent Pacifique, etc.).

La plupart des auteurs qui ont étudié le tétraèdre ont immédiatement cherché à le corriger en élevant des pyramides sur ses faces, faisant ainsi une sorte d'inversion du principe qu'ils avaient posé.

Le solide de la figure 20, Planche IV, avec ses nombreux compartiments, explique aussi que les océans n'aient pas la forme d'entonnoirs, mais qu'ils soient constitués au contraire par une série de fosses, séparées par des seuils. Le centre d'un océan en général ne correspond pas à une fosse.

Grâce à l'impulsion donnée par S. A. S. le Prince de Monaco aux recherches océanographiques et grâce à ses belles cartes bathymétriques, on connaît maintenant cette géographie du fond des mers qui nous donne en géophysique des renseignements beaucoup plus sûrs et plus étendus que l'étude des masses continentales déchiquetées par les érosions fluviales ou marines. Le fond des océans n'a guère subi de détérioration et son relief est à peine masqué par les sédiments que l'on sait être de nos jours extrêmement lents à une certaine distance des côtes. La preuve en a été donnée par des coups de sonde lancés dans le Pacifique, qui ont ramené des dents de squales très anciennes et récentes.

Qu'il nous soit permis à cette occasion d'exprimer notre reconnaissance pour l'enseignement et l'appui que nous avons trouvés à la généreuse fondation de l'Institut Océanographique.

Cette subdivision en *compartiments distincts* se retrouve dans les masses continentales et l'on s'explique mieux l'isolement de certaines régions bien délimitées comme l'Australie, le Groenland, Madagascar et les Mascaraignes, etc.

Essayons d'interpréter la déformation en deuxième degré (fig. 20, Pl. IV). Il nous semble retrouver la légère dépression qui se creuse au centre des anciens massifs dans les dépressions : baie d'Hudson et mer Baltique, formant le centre des massifs archéens. Quant au pôle Sud, nous savons seulement qu'il se trouve sur un plateau de glace de 3000 mètres d'altitude avec de plus hautes montagnes périphériques. Il se peut par conséquent, si le glacier du pôle Sud est très épais, qu'il y ait là aussi une dépression.

On devrait aussi trouver, d'après la figure 20, Planche IV, que les anciens massifs se découpent en trois lobes entourant ces dépressions. Ce caractère semble aussi se retrouver

autour de la baie d'Hudson et de la Baltique ; l'exploration de l'Antarctique n'est pas assez avancée pour nous donner une confirmation au pôle Sud.

A l'antipode des sommets, la cote, faiblement positive, correspondrait à la Nouvelle-Zélande, au seuil des îles Kerguelen et au groupe de la Géorgie du Sud et des Orcades.

Sur l'emplacement des anciennes arêtes, c'est-à-dire sur le méridien qui va par exemple de A en D de la figure 20, Planche IV, on doit trouver une suite de fosses. Sur le méridien de la baie d'Hudson on trouve le golfe du Mexique et la mer des Antilles (profondeur : 6 000 et 8 000 mètres), le bassin Chilo-Péruvien avec la fosse d'Atakama (profondeur : 7 600 mètres) et le bassin de l'océan Pacifique Antarctique (profondeur : 5 000 mètres).

Sur le méridien de la Baltique, on rencontre les fosses méditerranéennes, profondes étant données leurs dimensions (4 400 mètres), et la vallée de l'Atlantique Est (5 500 mètres) (approximativement sur ce méridien).

Sur le méridien d'Irkoutzk, le bassin de Chine et les bassins profonds à l'ouest et au sud de l'Australie.

On devrait aussi théoriquement trouver des fosses profondes en allant suivant des grands cercles de la baie d'Hudson à la Baltique, et de là à Irkoutzk, et de nouveau à la baie d'Hudson. Ceci ne se confirme pas, mais il faut se rappeler que les arêtes sont plus courtes que les premières décrites et que les fosses peuvent s'être confondues.

Dans l'esquisse de distribution des fosses, nous avons fait intervenir la mer des Antilles, la mer Méditerranée et les mers de la Sonde au même titre que d'autres fosses, sans leur réserver la place à part que leur avait donnée la théorie de la dépression méditerranéenne et celle de la rupture des arêtes de Green sous l'influence de l'inertie de rotation des masses.

Sans nier l'influence de cette dernière action, elle n'a peut-être pas l'importance que lui a donnée Green (1) en exagérant la pensée de R. Mallet (2) qui montrait seulement le bord du compartiment déprimé venant exercer une pression contre le versant Ouest des continents, expliquant ainsi la dissymétrie des versants. Cette simple action peut avoir suffi pour relier par des isthmes les massifs isolés qui se sont alors groupés en masses continentales ayant une ligne générale en « S ».

Quant à la dépression méditerranéenne, on sait qu'elle n'est pas marquée par un sillon sous les océans : elle constitue un chapelet et non une ligne.

Ce qui est intéressant dans cette étude, ce n'est pas l'identification de toutes les fosses marines ou masses continentales sur le canevas de la figure 20, mais bien plus le passage de la figure 19 à la figure 20 qui montre que certaines régions, après avoir été continentales, deviennent marines ; c'est pour son application à la géologie qu'il serait utile de connaître, approximativement tout au moins, la position des pôles du tétraèdre primitif.

L'expérience du fléchissement du ressort (fig. 17 et 18) nous fait supposer que le passage de la déformation du premier au deuxième degré se fait progressivement sous l'action des poussées tangentielles dans les conditions idéales. Nous avons vu cependant que si l'appui ou l'encastrement ne sont pas francs, le ressort peut subir de brusques

(1) W. L. GREEN, *loc. cit.*, p. 24.

(2) R. MALLET, Volcanic Energy (*Phil. Trans. Roy. Soc.*, vol. 163, Part. I, p. 162)

détentes qui modifient le nombre des sinuosités. L'hétérogénéité de l'écorce rend fort possible de pareils à-coups qui expliqueraient peut-être le caractère cataclysmal de certaines époques géologiques.

Le gauchissement de l'écorce est indépendant de l'astre considéré : il faudrait donc le retrouver sur la Lune ; nous ne connaissons, malheureusement, qu'un seul hémisphère de notre satellite (en réalité, par suite du mouvement de libration, un peu plus d'un hémisphère).

Bien que cela paraisse paradoxal, il semble possible d'affirmer la probabilité de l'opposition diamétrale des saillies et des creux. Les sélénographes, à une époque où la déformation tétraédrique n'était pas encore discutée, ont divisé le relief lunaire en montagnes et en mers ; or il est curieux de trouver, sur le seul grand cercle que nous puissions voir, celui de la silhouette de la pleine lune, le caractère opposé des antipodes.

La figure 25, empruntée à l'*Initiation astronomique* de M. C. Flammarion, montre les



Fig. 25. — Carte de la Lune. (*Initiation astronomique*, par C. Flammarion.)

On voit l'opposition diamétrale des monts et des mers sur le grand cercle de la silhouette lunaire. Le pôle Nord a, comme sur la Terre, un caractère marin.

Principaux cratères :

1° Tycho.	8° Catherine.	15° Aristarque.
2° Arzachel.	9° Cyrille.	16° Archimède.
3° Alphonse.	10° Théophile.	17° Aristillus.
4° Albategni.	11° Eratosthènes.	18° Linné.
5° Ptolémée.	12° Copernic.	19° Aristote.
6° Herschel.	13° Kepler.	20° Platon.
7° Flammarion.	14° Encke.	

monts de Dorfel et de Leibnitz opposés à la mer d'Humboldt et à la mer du Froid, les Cordillères opposées à la mer des Crises, les monts Hercyniens à la mer Australe.

Une autre parenté avec la Terre se trouve dans la nature marine du pôle Nord et montagneuse du pôle Sud.

On pourrait se demander aussi, malheureusement le contrôle échappe, si ce que nous voyons de la Lune n'est pas justement un hémisphère continental auquel correspondrait, dans la face opposée, un vaste et profond océan Pacifique. La répartition dissymétrique des masses pourrait alors expliquer le mouvement singulier de la Lune, sans nécessiter un renversement complet de l'axe que Green (1) affirme sans calcul.

(1) W. L. GREEN, *loc. cit.*, t. II, p. 247.

EXPLICATION DES PLANCHES

PLANCHE I

- Fig. 1. — Répartition des sommets du tétraèdre terrestre proposés par divers auteurs (d'après Dr Th. Arldt, *Beitr. z. Geophysik*, 1905).
Fig. 17. — Flambement d'une lame élastique dont l'amplitude de déflexion est limitée; *Bouts appuyés*.
Fig. 18. — — — — — *Bouts encastrés*.

PLANCHE II

- Fig. 2. — Ballon de verre aspiré montrant la forme habituelle *en fourneau de pipe*.
Fig. 3. — Ballon de verre aspiré montrant la déformation *tétraédrique*.
Fig. 4. — Ballon de verre aspiré sans déformation précise.
Fig. 5. — Trois globules de paraffine solidifiés dans de l'alcool *au repos*. Une bille de bicyclette de 6,9 millimètres de diamètre donne l'échelle.
Rangée inférieure : Globules présentant la déformation *en fourneau de pipe*.
Rangée supérieure : Leurs images dans un miroir incliné à 45°, donnant ainsi la projection orthogonale.
Fig. 6. — Trois globules de paraffine solidifiés dans de l'alcool *en mouvement*.
Rangée inférieure : Globules présentant la déformation *tétraédrique*.
Rangée supérieure : Leurs images.

Ces clichés sont stéréoscopiques à l'écartement du « Vérscope ». Les objets sont photographiés grandeur naturelle.

PLANCHE III

- Fig. 7. — Deux états successifs pendant la solidification d'un même globule de paraffine. Il se couche sur une face peu déprimée faisant un angle voisin de 60° avec la face principale.
Fig. 8. — Trois états successifs pendant la solidification. Dans la position médiane, le globule tend à prendre une silhouette triangulaire.
Fig. 9. — Globule de paraffine fondue en suspension dans l'alcool. On remarque la parfaite sphéricité du globule.
Fig. 10. — Deux états successifs pendant la solidification d'un même globule. La déformation a une tendance tétraédrique.
Ces objets sont photographiés grandeur naturelle.

PLANCHE IV

- Fig. 19. — Déformation probable d'une écorce sphérique homogène *en premier degré*.
Fig. 20. — Même déformation *en deuxième degré*.
Fig. 21. — Modèle en plâtre de la sphère déformée suivant la figure 19.
Fig. 22. — Océan Atlantique.
Fig. 23. — Océan Indien.
Fig. 24. — Océan Pacifique.



● W. L. Green. ○ de Lapparent. ◐ Michel Lévy. ◓ Marcel Bertrand. ⊕ Th. Arldt.

Figure 1.

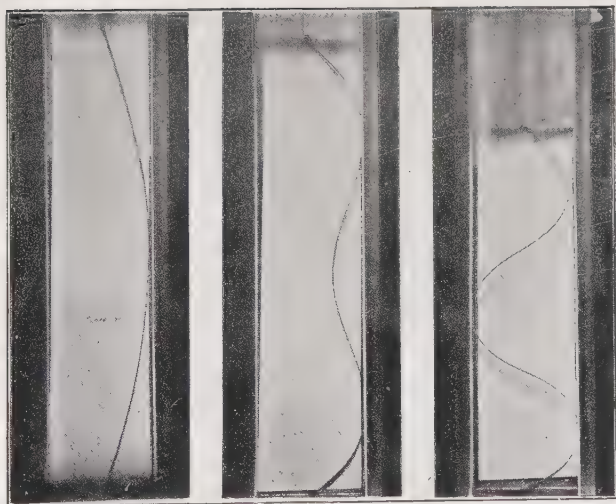


Figure 17.

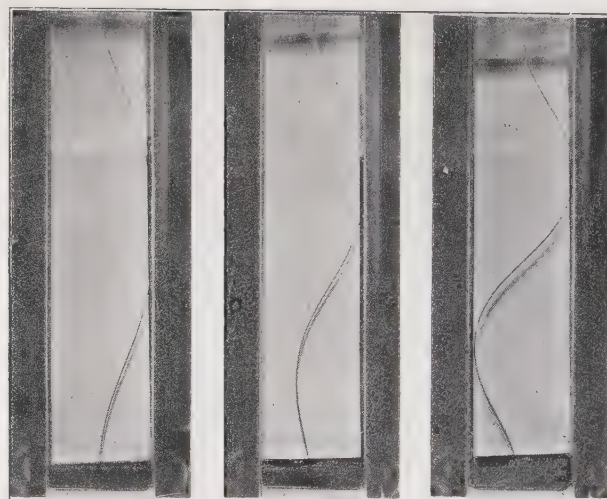


Figure 18.

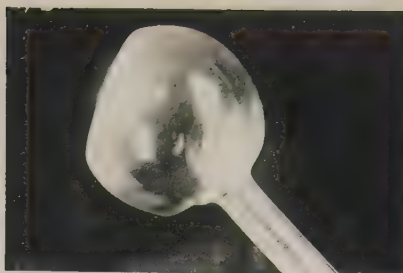


Fig. 2

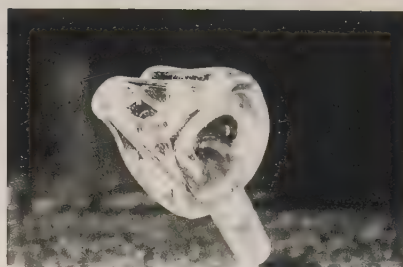
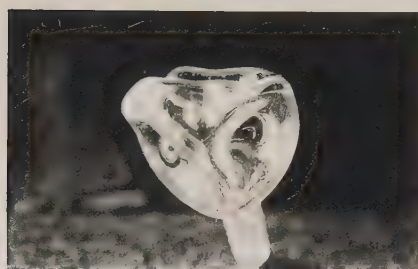


Fig. 3



Fig. 4

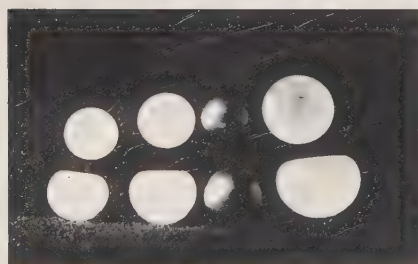


Fig. 5

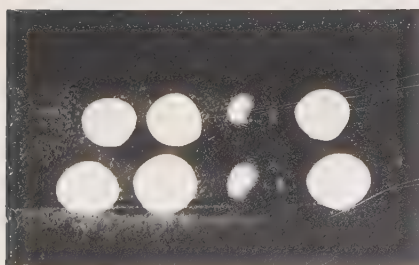


Fig. 6

Déformations expérimentales d'écorces sphériques.



Fig. 7

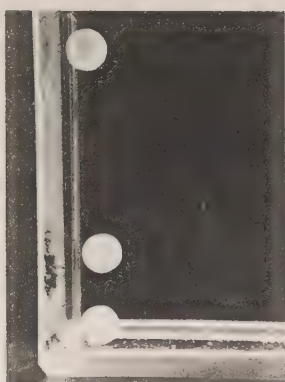


Fig. 8



Fig. 9

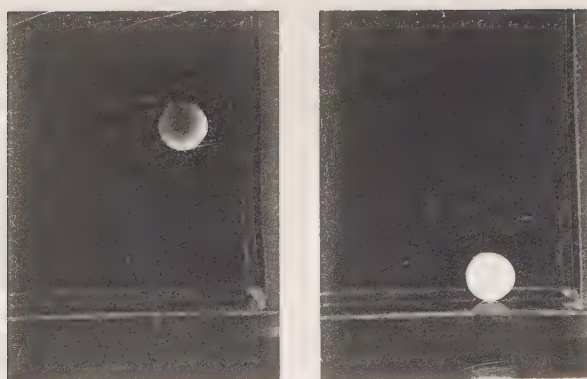
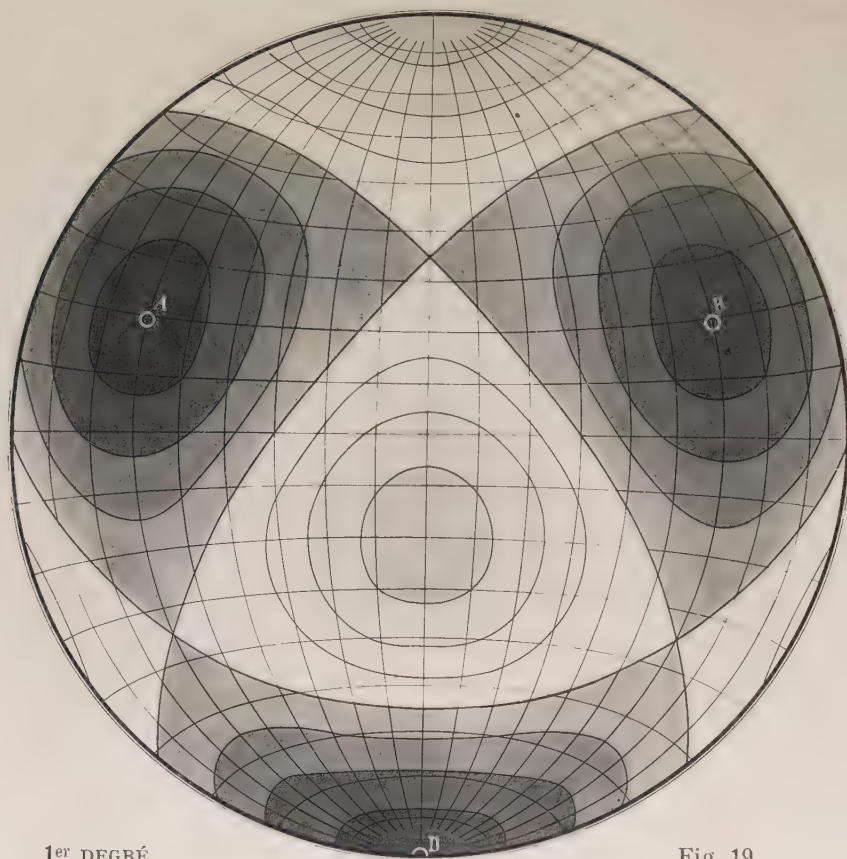


Fig. 10

Solidification des globules de paraffine.



1^{er} DEGRÉ

Fig. 19



Fig. 22



Déformation probable d'une écorce sphérique

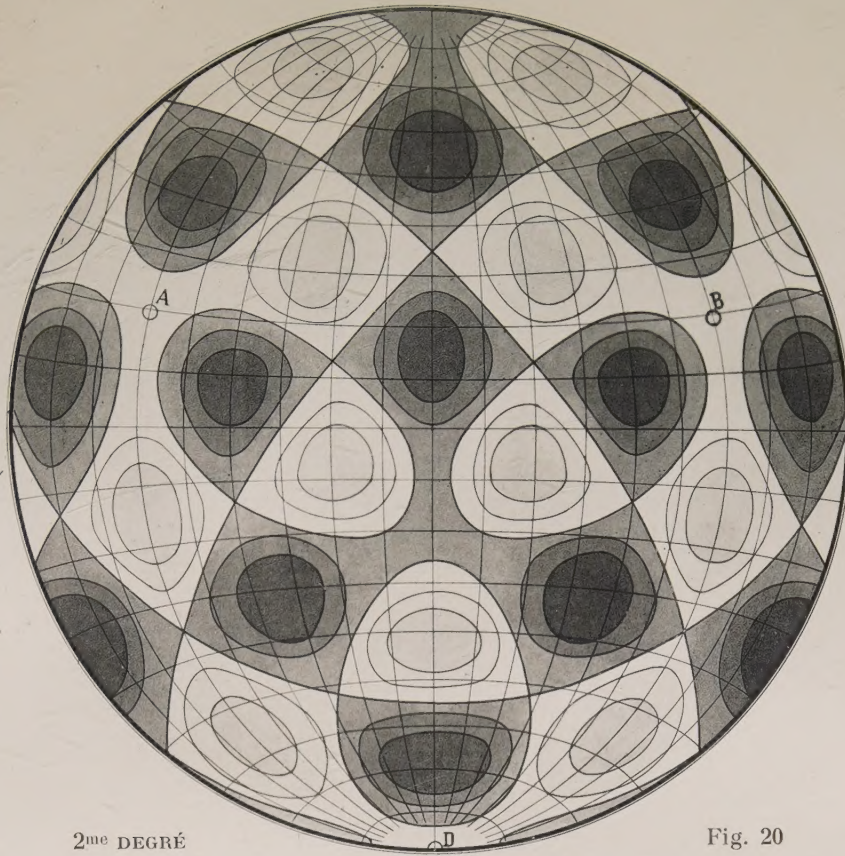


Fig. 20

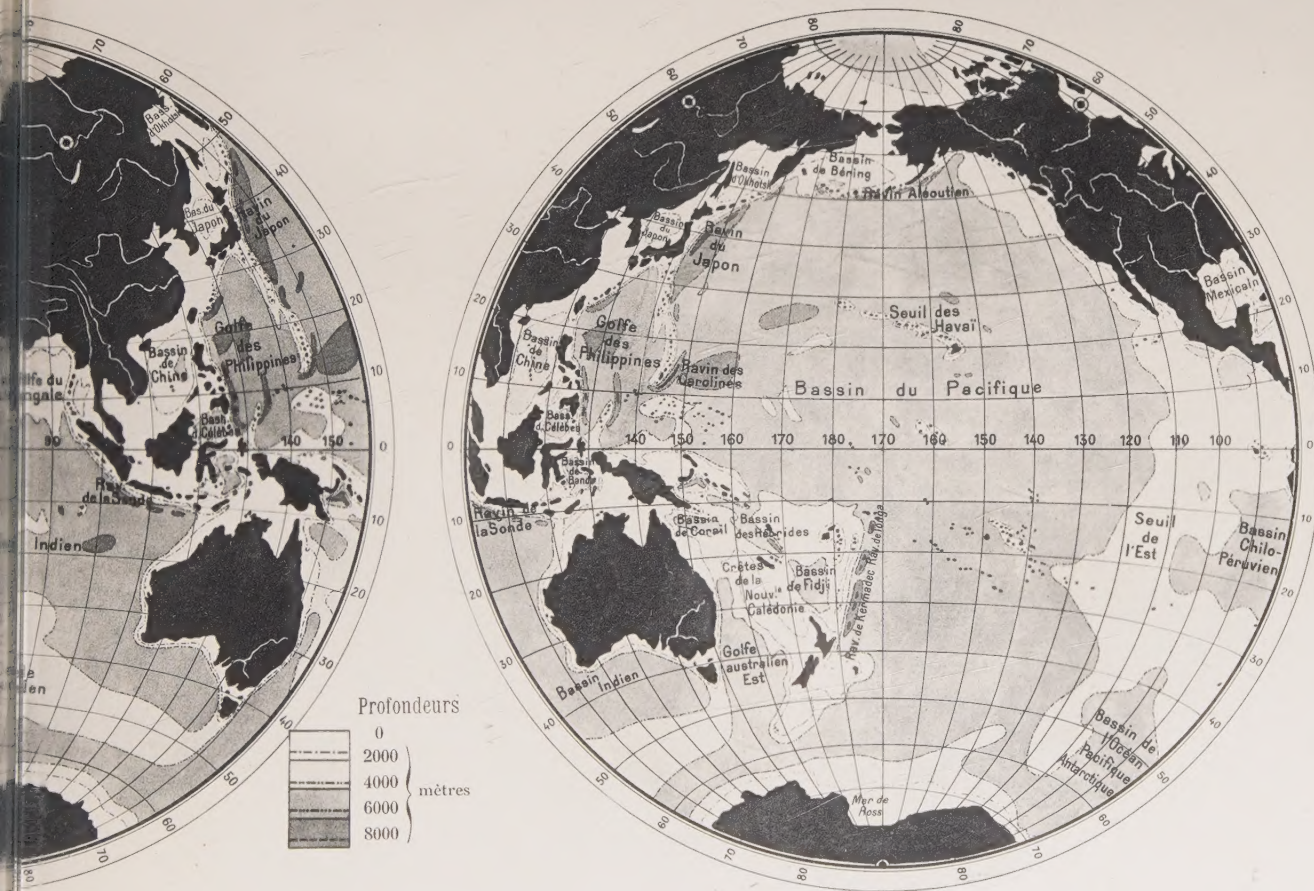


Fig. 24

distribution réelle des terres et des mers.

